สมดุลสถิตและความยืดหยุ่น

STATIC EQUILIBRIUM AND ELASTICITY

สมดุลสถิต

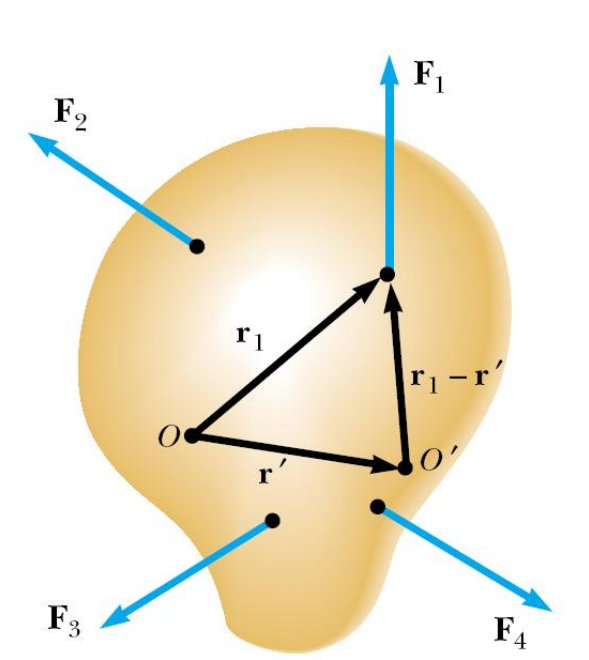
- แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุใดๆมีค่าเท่ากับศูนย์

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

- ทอร์กลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุใดๆมีค่าเท่ากับศูนย์

$$\sum \boldsymbol{\tau} = 0$$

สมดุลสถิต

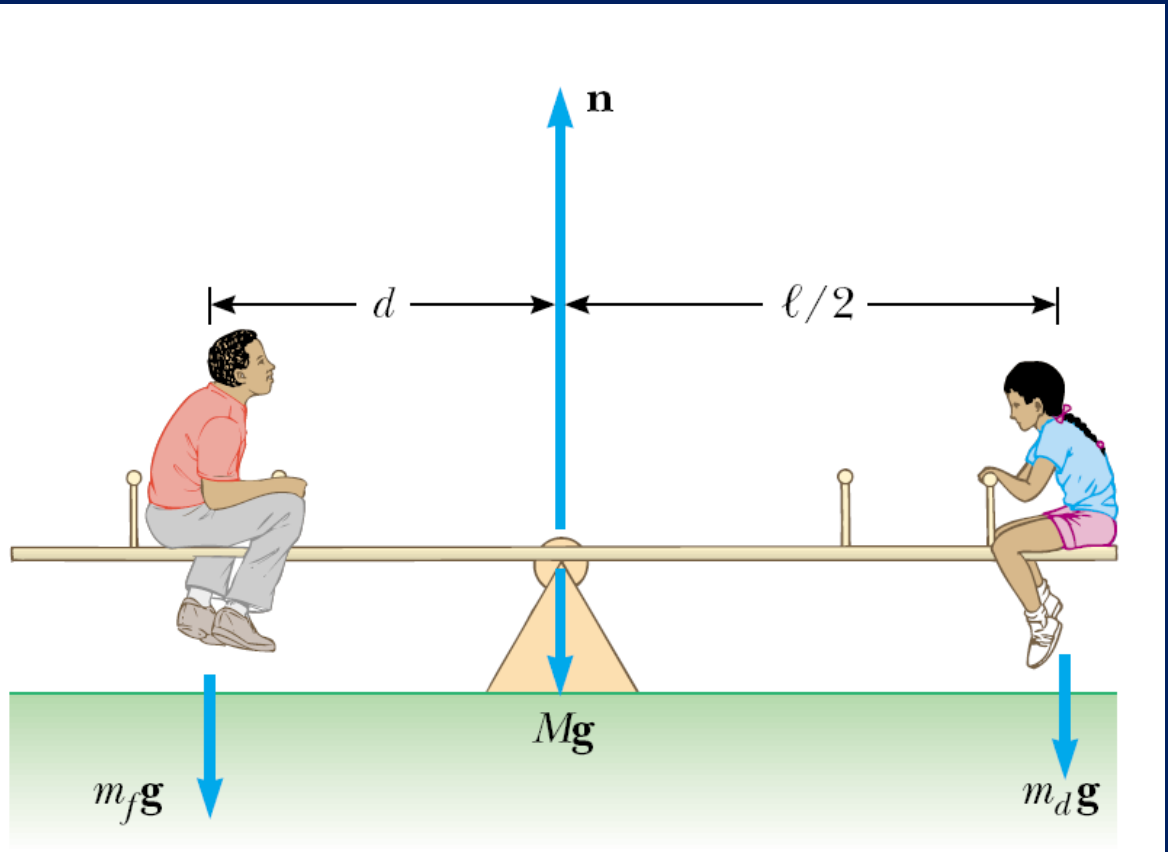


$$\sum \boldsymbol{\tau}_O = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}_3 + \cdots$$

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \cdots = 0$$

$$\begin{aligned}\sum \boldsymbol{\tau}_{O'} &= (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}') \times \mathbf{F}_1 + (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}') \times \mathbf{F}_2 + (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}') \times (\mathbf{F}_3 + \cdots \\ &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}_3 + \cdots - \mathbf{r}' \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \cdots)\end{aligned}$$

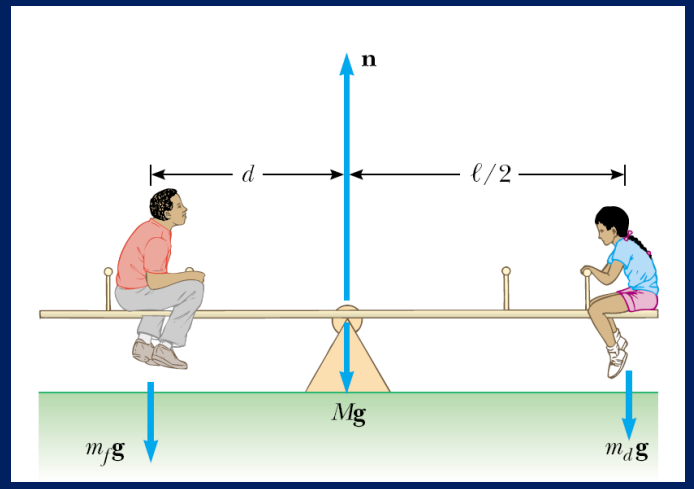
ตัวอย่าง



ก) จงหาขนาดของแรงปฏิกิริยา **n**

ข) พ่ออยู่ห่างจากจุดหมุน (d) เท่าใด

เฉลย



$$\Sigma F_y = 0$$

$$n - m_f g - m_d g - Mg = 0$$

$$n = m_f g + m_d g + Mg$$

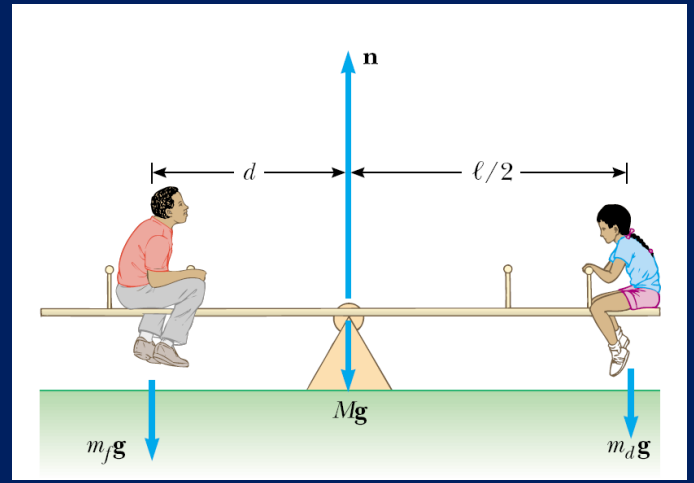
$$\Sigma \tau = 0$$ รอบจุดหมุนตรงกลาง

$$(m_f g)(d) - (m_d g)\frac{\ell}{2} = 0$$

$$d = \left(\frac{m_d}{m_f}\right)\frac{1}{2}\ell$$

เฉลย

$$n = m_f g + m_d g + Mg$$



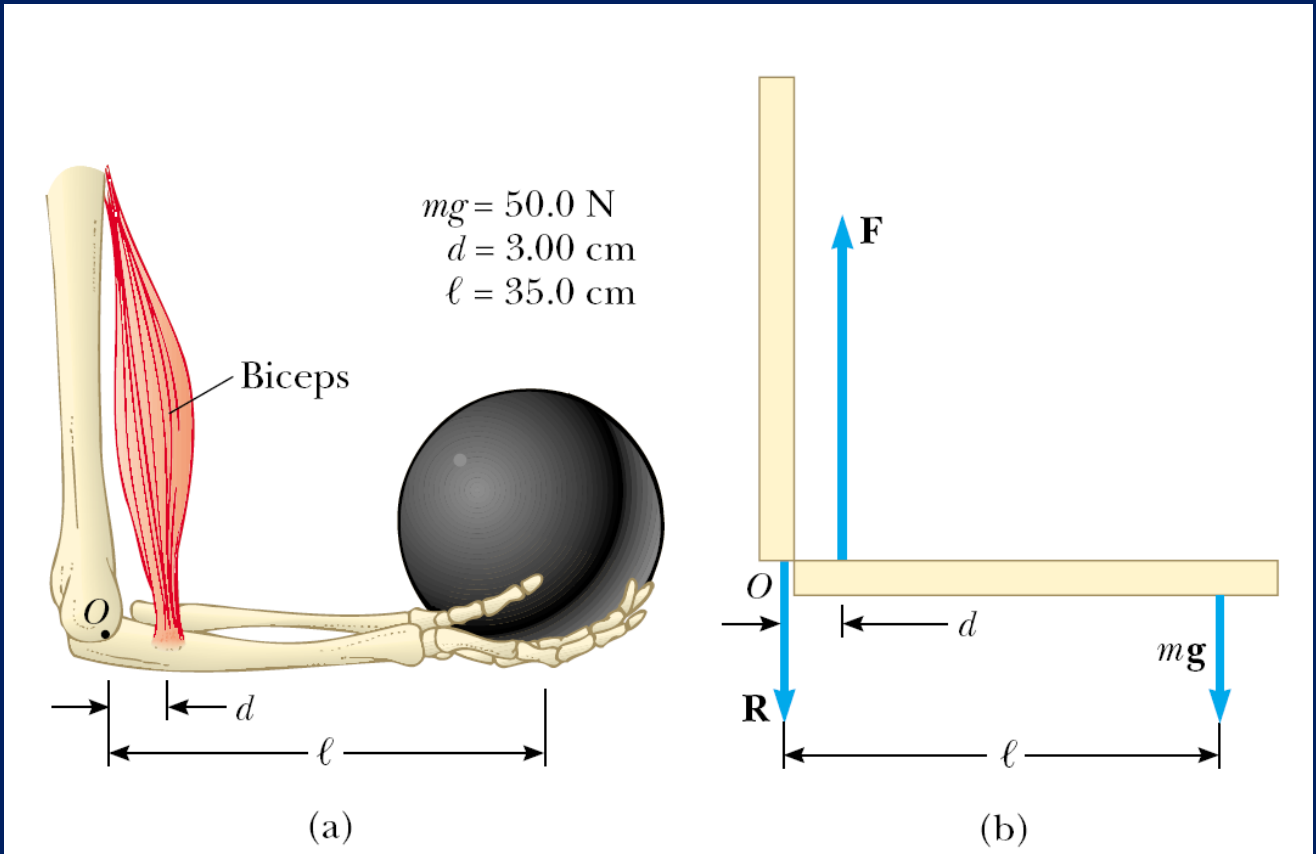
$\Sigma\tau = 0$ รอบจุดหมุนที่พ่อนั่ง

$$n(d) - (Mg)(d) - (m_d g)(d + \ell/2) = 0$$

$$(m_f g + m_d g + Mg)(d) - (Mg)(d) - (m_d g)\left(d + \frac{\ell}{2}\right) = 0$$

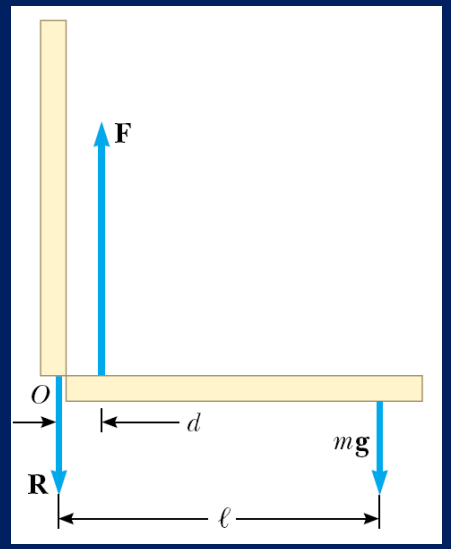
$$(m_f g)(d) - (m_d g)\left(\frac{\ell}{2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad d = \left(\frac{m_d}{m_f}\right)\frac{1}{2}\ell$$

ตัวอย่าง



จงหาขนาดของแรงดึง **F**
จากกล้ามเนื้อ biceps

เฉลย



$$\sum F_y = F - R - 50.0\ \text{N} = 0$$

$$\sum \tau = Fd - mg\ell = 0$$

รอบจุด ○

$$F(3.00\ \text{cm}) - (50.0\ \text{N})(35.0\ \text{cm}) = 0$$

$$F = 583\ \text{N}$$

$$R = 533\ \text{N}$$

ความยืดหยุ่น (Elasticity)

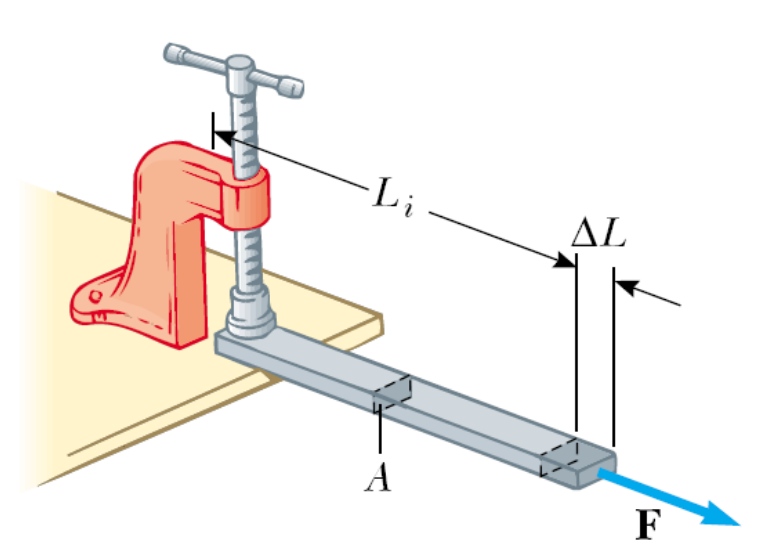
- ความเค้น (stress)
  - อัตราส่วนของแรงดึงหรือผลักต่อพื้นที่
- ความเครียด (strain)
  - อัตราส่วนของขนาดที่เปลี่ยนไปต่อขนาดเดิม
- โมดูลัสของความยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity, *E*)
  - อัตราส่วนระหว่างความเค้นต่อความเครียด

ความยืดหยุ่นในของแข็ง

- ความเค้นตามยาว (Longitudinal stress)
  - อัตราส่วนของแรงดึงหรือผลักตามยาวต่อพื้นที่หน้าตัด
- ความเครียดตามยาว (Longitudinal strain)
  - อัตราส่วนของความยาวที่เปลี่ยนไปต่อความยาวเดิม
- โมดูลัสของยัง (Young's Modulus)
  - อัตราส่วนระหว่างความเค้นตาวยาวต่อความเครียดตามยาว

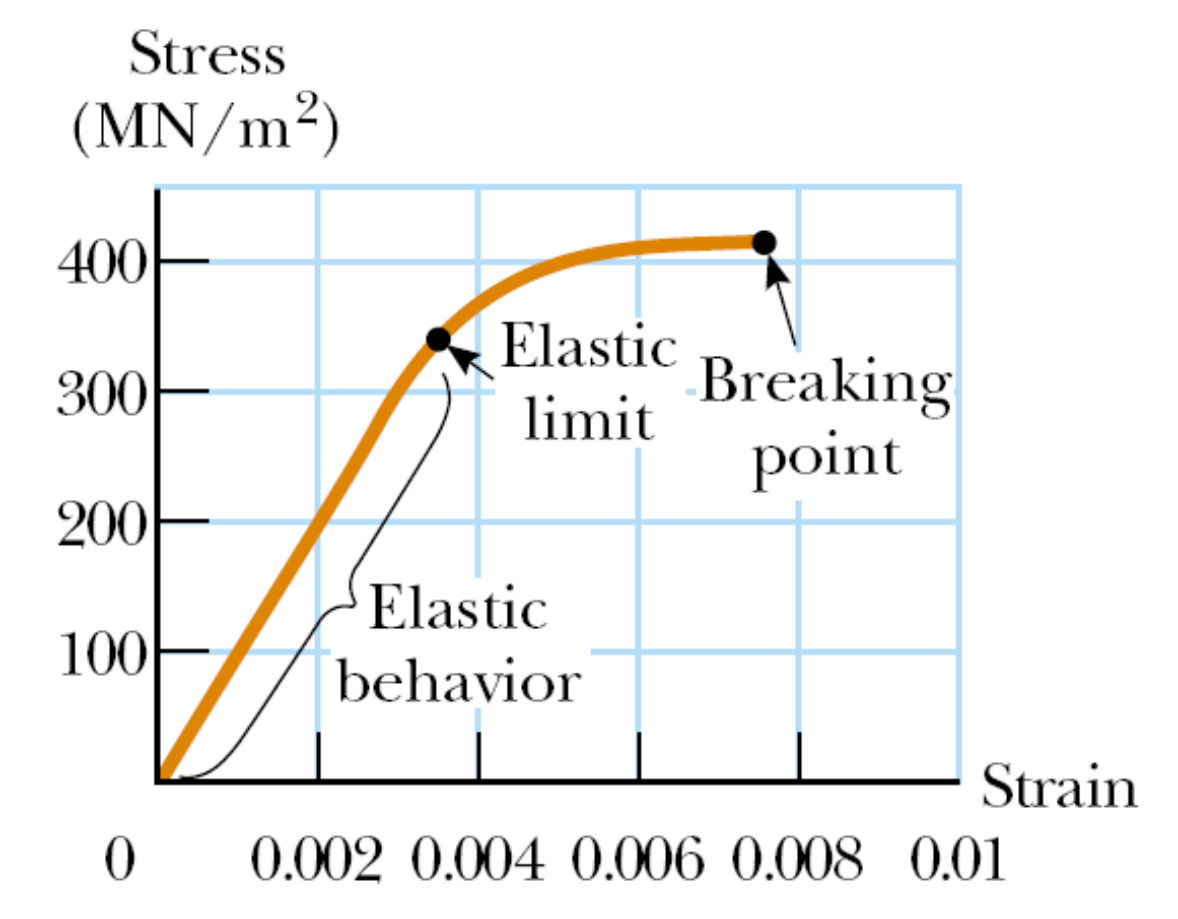
ความยืดหยุ่นตามยาว

- โมดูลัสของยัง (Young's Modulus, *Y*)
  - อัตราส่วนระหว่างความเค้นตามยาวต่อความเครียดตามยาว



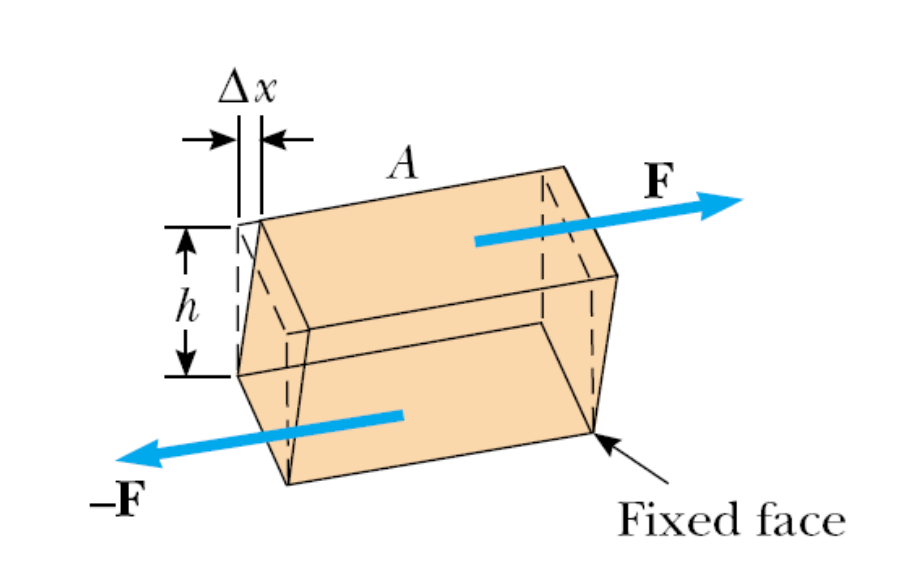
$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_i}$$

ความยืดหยุ่นในของแข็ง



ความยืดหยุ่นตามผิว

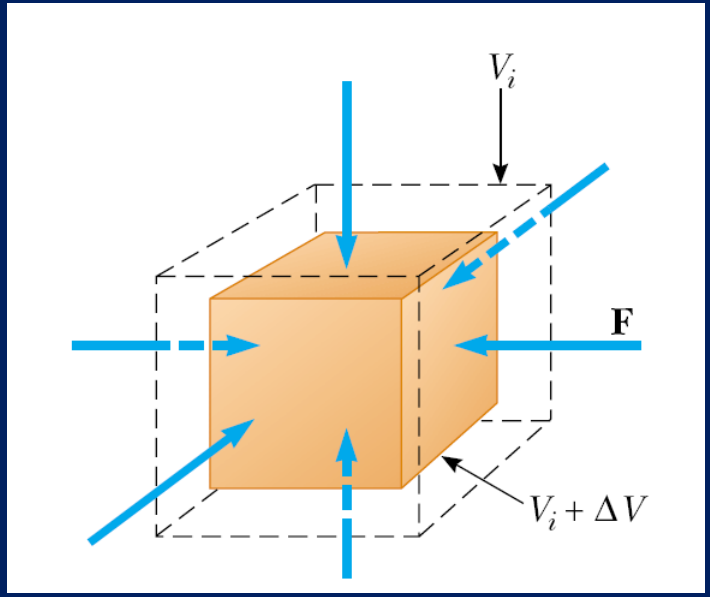
- โมดูลัสเฉือน (Shear Modulus, S)
  - อัตราส่วนระหว่างความเค้นเนื่องจากแรงตามผิวด้านข้างต่อความเครียดเนื่องจากระยะที่เปลี่ยนไปตามแรงด้านข้างเทียบกับระยะความสูงของวัตถุ



$$S = \frac{F/A}{\Delta x/h}$$

ความยืดหยุ่นตามปริมาตร

- โมดูลัสบัลค์ (Bulk Modulus, *B*)
  - อัตราส่วนระหว่างความเค้นเนื่องจากแรงอัดตามปริมาตรทุกด้านต่อความเครียดเนื่องจากการเปลี่ยนรูปร่างตามปริมาตรเทียบกับปริมาตรเดิม



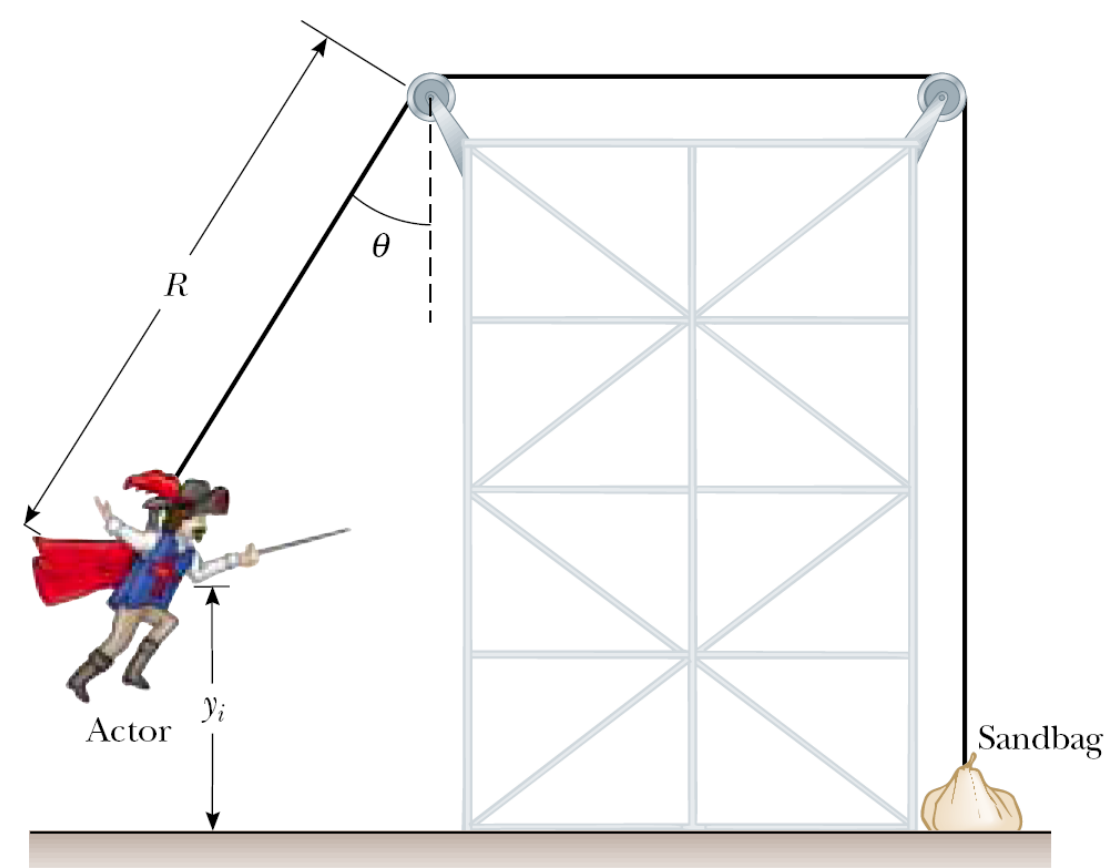
$$B = -\frac{\Delta F/A}{\Delta V/V_i} = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_i}$$

ความยืดหยุ่นในของแข็ง

Typical Values for Elastic Moduli

Substance	Young's Modulus (N/m^2)	Shear Modulus (N/m^2)	Bulk Modulus (N/m^2)
Tungsten	35×10^{10}	14×10^{10}	20×10^{10}
Steel	20×10^{10}	8.4×10^{10}	6×10^{10}
Copper	11×10^{10}	4.2×10^{10}	14×10^{10}
Brass	9.1×10^{10}	3.5×10^{10}	6.1×10^{10}
Aluminum	7.0×10^{10}	2.5×10^{10}	7.0×10^{10}
Glass	$6.5–7.8 \times 10^{10}$	$2.6–3.2 \times 10^{10}$	$5.0–5.5 \times 10^{10}$
Quartz	5.6×10^{10}	2.6×10^{10}	2.7×10^{10}
Water	—	—	0.21×10^{10}
Mercury	—	—	2.8×10^{10}

ตัวอย่าง



จากรูป

นักแสดงห้อยตัวลงมาที่เวทีด้วยลวดที่ทำจากเหล็กกล้า (steel) ยาว 10 m ที่ตำแหน่งต่ำสุด เชือกมีแรงตึง 940 N ทำให้เชือกยืดออกไป 0.5 cm จงหาขนาดของเส้นผ่าศูนย์กลางของลวดที่ใช้ในการแสดงนี้

เฉลย

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_i}$$

$$A = \frac{FL_i}{Y\Delta L} = \frac{(940\ \text{N})(10\ \text{m})}{(20 \times 10^{10}\ \text{N/m}^2)(0.005\ \text{m})}$$

$$= 9.4 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$$

$$A = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{9.4 \times 10^{-6}\ \text{m}^2}{\pi}} = 1.7 \times 10^{-3}\ \text{m} = 1.7\ \text{mm}$$

$$d = 2r = 2(1.7\ \text{mm}) = 3.4\ \text{mm}$$